

5. Соколовська З.М. Комп'ютерне моделювання складних економічних систем : [монографія] / З.М. Соколовська, О.А. Клепикова. – Одеса : Астропринт, 2011. – 512 с.
6. Применение имитационных моделей в экономическом прогнозировании [Электронный ресурс]. – Режим доступу : <http://old.nasledie.ru/persstr/persona/samarykov/article.php?art=6>.
7. Яцків І.В. Проблема валидации имитационной модели и ее возможные решения / И.В. Яцків // Материалы конференции ИММОД. – 2003. – С. 211-217.

УДК 004.942:519.876.5:658.5

**Копішинська О.П.**

*кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри інформаційних систем і технологій  
Полтавської державної аграрної академії*

**Калініченко А.В.**

*доктор сільськогосподарських наук,  
професор кафедри інформаційних систем і технологій  
Полтавської державної аграрної академії*

**Шестаченко К.В.**

*студентка факультету економіки та менеджменту  
Полтавської державної аграрної академії*

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО ПРИ ОПТИМІЗАЦІЙНОМУ МОДЕЛЮВАННІ УПРАВЛІНСЬКИХ ЗАДАЧ ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ

У статті показано можливість використання одного з популярних методів імітаційного моделювання – методу Монте-Карло – для розв'язання оптимізаційних задач про призначення, що мають місце в управлінні підприємствами. Робота містить оригінальну обчислювальну програму, складену на мові програмування VBA, а також результати моделювання за допомогою інших інструментів, зокрема Solver MS Excel, і висновки про ефективність різних методів.

**Ключові слова:** математичне моделювання, машинна імітація, метод Монте-Карло, рівномірно розподілені випадкові числа, програма-макрос, оптимізація.

### Копишинская Е.П., Калининченко А.В., Шестаченко К.В. ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО ПРИ ОПТИМИЗАЦИОННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ ЗАДАЧ О НАЗНАЧЕНИИ

В статье показана возможность использования одного из популярных методов имитационного моделирования – метода Монте-Карло – для решения оптимизационных задач о назначении, имеющих место в управлении предприятиями. Работа содержит описание оригинальной вычислительной программы, составленной на языке программирования VBA, а также результаты моделирования с помощью других инструментов, в частности Solver MS Excel, и выводы об эффективности различных методов.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, машинная имитация, метод Монте-Карло, равномерно распределенные случайные числа, программа-макрос, оптимизация.

### Kopishynska O.P., Kalanachenko A.V., Shestachenko K.V. STUDY OF THE EFFICIENCY OF APPLICATION MONTE-CARLO SIMULATION AT THE OPTIMIZATION OF DISTRIBUTION TASKS

The article shows the possibility of using one of the popular methods of simulation – Monte Carlo method – for solving optimization problems on the appointment taking place in the management of enterprises. The paper contains a description of the original computer program written in the programming language VBA, as well as simulation results using other tools, in particular Solver MS Excel, and conclusions about the effectiveness of various methods.

**Keywords:** mathematical modeling, machine simulation, Monte Carlo method, uniformly distributed random numbers, the macro, optimization.

**Постановка проблеми.** Більшість методів дослідження операцій є достатньо вивченими, розроблено низку рекомендацій щодо їх дієвості та доцільності застосування. Однак при побудові та вивченні конкретної об'єктної моделі, перш за все економічної, завжди постає питання саме вибору найефективнішого та найзручнішого методу розв'язання поставленої проблеми з урахуванням наявних програмних засобів та машинних ресурсів. Застосування методів імітаційного моделювання із використанням генераторів випадкових чисел при розв'язанні оптимізаційних задач є менш популярним, хоча має низку переваг у порівнянні з іншими методами економіко-математичного моделювання.

Постійно зростаючий рівень конкуренції змушує шукати нові методи утримання рентабельності підприємств та присутності на ринку. Таким чином, сучасна

інформаційна система повинна відповідати всім нововведенням у теорії та практиці менеджменту. У зв'язку з цим необхідно звернути увагу на побудову та використання економіко-математичних моделей, які базуються на програмному забезпеченні загального призначення та не потребують тривалого спеціального навчання.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Економіко-математичне моделювання є універсальним інструментом аналізу та дослідження виробничих та фінансово-господарських процесів і явищ. Широке використання математичних методів є важливим напрямком удосконалення економічного аналізу, який підвищує ефективність діяльності підприємств та їхніх підрозділів. Основними причинами швидкого поширення методів економіко-математичного моделювання є різке удосконалення сучасної економіч-

ної практики, викликане високим рівнем розвитку виробництва, зростанням темпів науково-технічного прогресу, вимогами підвищення ефективності використання природних ресурсів.

Модель – це спрощене представлення або абстракція реальності, умовний образ об'єкта, який створюється для більш глибокого вивчення дійсності. Математична модель дає змогу знаходити оптимальний варіант управлінського рішення, яке дає можливість забезпечити розвиток ситуації для ефективного досягнення мети [1].

Моделювання – це наукова теорія побудови і реалізації моделей, за допомогою яких досліджуються явища, процеси в природі і суспільному житті. Побудова економіко-математичних моделей – складний процес, який вимагає глибоких знань з економічної теорії, предмета дослідження і математичного інструментарію.

За типом задач, які розв'язуються на виробничому підприємстві з метою прийняття управлінських рішень, можна виділити такі основні напрямки використання економіко-математичного моделювання:

- здійснення кількісного аналізу власного виробництва і використання виробничих потужностей на основі балансових матричних математичних моделей;
- вибір перспективних напрямків виробництва й стратегії фінансової діяльності з використанням прогнозуючих математичних моделей;
- оптимізація техніко-економічного планування з різною деталізацією часу;
- прогнозування вибору оптимального кредитного механізму;
- прогнозування оптимальної поведінки на ринках виробничих ресурсів та виробленої продукції [2].

У широкому розумінні імітаційне моделювання – це процес конструювання моделі реальної системи та експериментування на цій моделі з метою визначення поведінки системи або оцінити (в рамках обмежень, зумовлених деяким критерієм чи сукупністю критеріїв) різні стратегії, що забезпечують функціонування цієї системи; у вузькому розумінні імітаційне моделювання – це відтворення на ЕОМ реальної виробничої чи організаційної системи. Тобто термін «імітаційне моделювання» має той самий сенс, що й «машинна імітація» або «машинне моделювання» [3].

Імітаційні моделі є особливим серед інших класом моделей, для побудови та дослідження поведінки яких можливо застосувати різноманітні машинні методи [1]. Імітаційне моделювання дає користувачеві змогу експериментувати з існуючими і створеними системами тоді, коли на реальному об'єкті робити це неможливо або це коштує значних витрат.

Машинна імітація в усьому світі набула значного поширення при дослідженні складних систем завдяки важливим перевагам, що їх дістають користувачі цього методу [4].

Сьогодні машинна імітація може застосовуватися завдяки широкому колу програмного забезпечення: програми, написані на загальних мовах програмування і спеціальні алгоритмічні мови для створення імітаційних моделей (Siman, GPSS), пакет МАТЛАВ та інші програмні засоби [1]. Реалізація складних імітаційних моделей за допомогою більшості програм потребує значних витрат часу та коштів. Тому, щоб затрати від використання моделі були співставними, часто доводиться шукати альтернативні засоби машинної імітації. Перш за все варто залучати інструментальні засоби електронних таблиць Microsoft Excel.

Для проведення імітаційного моделювання в Excel традиційно використовують функції СЛЧИС(),

СЛУЧМЕЖДУ() та інструмент пакету аналізу «Генерація случайных чисел», що дають змогу отримувати більшість видів розподілу та проводити дослідження моделей за методом Монте-Карло [9].

Потужним засобом аналізу даних є надбудова Excel Solver («Поиск решения»). З її допомогою можна визначити, при яких значеннях зазначених впливають осередків формула в цільовій комірці приймає потрібне значення (мінімальне, максимальне або рівне величині).

У літературі описано достатньо велику кількість типів оптимізаційних задач, що впливають на прийняття управлінських рішень в умовах виробничих ситуацій. Застосування ж методу Монте-Карло часто асоціюється виключно зі стохастичною поведінкою систем і мало застосовується в оптимізаційних моделях Тому дане дослідження є оригінальним та актуальним, містить практичні результати.

**Постановка проблеми.** З метою розв'язання згаданих вище завдань пропонується розглянути застосування методу Монте-Карло для вирішення оптимізаційних задач. Ставиться за мету вивчити і показати дієвість методів імітаційного моделювання разом з альтернативними методами економіко-математичного моделювання та порівняти результати при розв'язанні широкого класу розподільчих задач, що мають практичне значення при управлінні діяльністю різних підприємств.

**Виклад основного матеріалу.** Застосування методу Монте-Карло показано на прикладі дослідження моделі оптимізаційної задачі про призначення. Умова полягає в наступному.

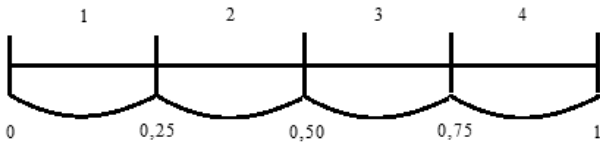
Необхідно розмістити на чотирьох підприємствах (П1, П2, П3, П4) замовлення, пов'язані з виконанням чотирьох видів робіт. Кожне підприємство може виконати будь-яке замовлення, але тільки одне. Умовні витрати, пов'язані з виконанням робіт на кожному підприємстві (подані в умовних грошових одиницях), наведені у табл. 1. Необхідно розмістити замовлення таким чином, щоб загальна вартість їх виконання була мінімальною. Покажемо дієвість та ефективність таких різних методів розв'язання задачі, як стохастичне моделювання та засіб «Поиск решения» в Excel з метою їх порівняння.

Таблиця 1  
Опис витрат, пов'язаних із виконанням замовлень по підприємствах, умовні грошові одиниці

Підприємства	Вартість виконання кожного виду замовлення на кожному з підприємств			
П1	5	8	12	7
П2	8	9	7	14
П3	8	12	10	13
П4	15	12	9	10

Алгоритм вирішення такої задачі на основі методу Монте-Карло реалізується в наступному порядку.

1. Розігрується (тобто випадково обирається) замовлення для підприємства П1. Для діапазону (0;1), що розбивається на чотири інтервали: (0;1/4), (1/4;1/2), (1/2;3/4), (3/4;1), кількість інтервалів дорівнює числу замовлень, із яких обирається замовлення для першого підприємства П1 (див. рис. 1). Розігрується випадково розподілені рівномірно числа (ВРРЧ)  $R_1$ . Номер замовлення, яке виділяється П1, приймається рівним номеру інтервалу, в яких попадає ВРРЧ  $R_1$ .



**Рис. 1. Розподіл діапазону (0;1) для підприємства П1, зображений графічно**

Джерело [розроблено автором]

2. Розігрується замовлення для підприємства П2. Для цього діапазон (0;1) розбивається на три інтервали (0;1/3), (1/3;2/3), (2/3;1). Кількість інтервалів дорівнює трьом, оскільки для другого підприємства обирається одне замовлення із трьох, які залишилися. Розігрується ВРРЧ  $R_2$ . За номером інтервалу обирається замовлення для підприємства П2 (з трьох замовлень, які залишилися).

3. Розігрується замовлення для підприємства П3. Для цього діапазон (0;1) ділиться на два інтервали (0;1/2), (1/2;1). Розігрується ВРРЧ  $R_3$ . За номером інтервалу обирається замовлення для підприємства П3 (з двох, які залишилися).

4. Останнє замовлення, яке залишилося виділяється четвертому підприємству П4. Перше випробування завершено.

5. За результатами кроків 1-4 і даних табл. 1 визначаються сумарні затрати на виконання всіх замовлень.

Кроки 1-5 повторюються багаторазово (наприклад 1000 разів). Обирається варіант розподілу замовлень, для якого загальні витрати мінімальні. Перші 10 випробувань проводяться шляхом вибору ВРРЧ із відповідних таблиць «вручну». Результати таких випробувань даного алгоритму показано в табл. 2.

Таким чином, аналізуючи дані табл. 1, можна зробити висновок, що за результатами десяти випробувань найбільш ефективним рішенням (мінімальні витрати) є наступне: надати підприємству П1 перше замовлення, підприємству П2 – третє замовлення, підприємству П3 – четверте замовлення, підприємству П4 – друге замовлення. Сумарні затрати на виконання всіх замовлень при цьому складатимуть 34 грош.од.

В даному прикладі, в другому випробуванні  $0,75 < R_1 < 1$  (підприємству П1 виділяється четверте замовлення);  $0 < R_2 < 0,33$  (підприємству П2 – перше замовлення);  $0,5 < R_3 < 1$  (підприємству П3 – третє замовлення); підприємству П4 залишається друге замовлення.

Приведемо програмну реалізацію алгоритму вирішення даної задачі у вигляді мікропрограми (макросу), створеної на мові Visual Basic for Applications,

яка на сьогодні покриває і розширює функціональність спеціалізованих макромов, таких як Word Basic, що використовувалися раніше.

Фрагмент написаної макропрограми, який відображає матрицю витрат на виконання замовлень кожним підприємством, виглядає так:

$mz(1, 1) = 5; mz(1, 2) = 8; mz(1, 3) = 12; mz(1, 4) = 7$   
 $mz(2, 1) = 8; mz(2, 2) = 9; mz(2, 3) = 7; mz(2, 4) = 14$   
 $mz(3, 1) = 8; mz(3, 2) = 12; mz(3, 3) = 10; mz(3, 4) = 13$   
 $mz(4, 1) = 15; mz(4, 2) = 12; mz(4, 3) = 9; mz(4, 4) = 10$

Наступна частина програми виконує кроки з 1-4, які були розглянуті раніше, у вигляді вкладеного циклу (оператори For... Next):

```
For j = 1 To kol - 1
    interval = 1 / ner: r = Rnd
    For k = 1 To ner
        a = (k - 1) * interval: b = k * interval
        If (r > a) And (r <= b) Then
            nazn(j) = spis_zakaz(k)
        If k < ner Then
            For jj = k To ner - 1
                spis_zakaz(jj) = spis_zakaz(jj + 1)
            Next jj
        End If
    Next j
```

Наступний фрагмент макросу сумує затрати по підприємствах, при вже розподілених до них замовлень:

```
sum_zatr = sum_zatr + mz(j, k)
Next j
If sum_zatr < min_zatr Then
    For j = 1 To kol
        opt_nazn(j) = nazn(j)
```

Після завершення дії макросу результати автоматично заносяться в таблицю Excel, як показано на рис. 2.

Розподіл замовлень між підприємствами за умови 100000 випробувань (програма-макрос)			
26	Підприємство №1 виконує замовлення №		4
27	Підприємство №2 виконує замовлення №		2
28	Підприємство №3 виконує замовлення №		1
29	Підприємство №4 виконує замовлення №		3
31	Мінімальні затрати при виконанні всіх замовлень на підприємствах		33 грош. од.

**Рис. 2. Аркуш Excel після завершення виконання програми-макросу**

Джерело [розроблено автором]

Аналізуючи отримані дані, можна зробити висновок, що мінімальні затрати складають 33 грош. од. Ця розбіжність сталася за рахунок того, що використовуючи «ручний» метод було здійснено лише 10 випробувань, а в макросі відбулося 100000 випадкових випробувань.

Таблиця 2

**Результати розв'язання задачі шляхом добору випадкових чисел «вручну» з відповідної таблиці**

№ випробування	R1	Замовлення для П1	R2	Замовлення для П2	R3	Замовлення для П3	Замовлення для П4	Витрати
1	0,0795	1	0,3780	3	0,0593	2	4	34
2	0,7602	4	0,2847	1	0,8197	3	2	37
3	0,6133	3	0,5766	2	0,9595	4	1	49
4	0,0981	1	0,2410	2	0,5962	4	3	36
5	0,2978	2	0,6458	3	0,9762	4	1	43
6	0,0523	1	0,4523	3	0,8153	4	2	37
7	0,4286	2	0,8400	4	0,8754	3	1	47
8	0,5900	3	0,3421	2	0,7919	4	1	49
9	0,1204	1	0,7492	4	0,1792	2	3	40
10	0,7198	3	0,4822	2	0,8215	4	1	49

Наступним етапом дослідження було вирішення поставленої задачі за допомогою надбудови «Поиск решения». З її допомогою можна визначити, при яких значеннях формула в цільовій чарунці приймає потрібне значення. Для цієї процедури задаються обмеження, які існують в задачі. (Рис. 3)

Діалогове вікно надбудови «Поиск решения» показано на рис. 4, в якому чарунка \$B\$20 приймає значення цільової функції, а діапазон чарунок \$B\$14:\$E\$17 – обмеження, за яких необхідно знайти оптимальний розв’язок задачі.

	A	B	C	D	E	F
1	Підприємства	Вартість виконання кожного виду замовлення на кожному з підприємств				
2		1	2	3	4	
3	П1	5	8	12	7	
4	П2	8	9	7	14	
5	П3	8	12	10	13	
6	П4	15	12	9	10	
12	Підприємства	Вартість виконання кожного виду замовлення на кожному з підприємств				
13		1	2	3	4	
14	П1	0	0	0	1	=СУММ(B14:E14)
15	П2	0	1	0	0	=СУММ(B15:E15)
16	П3	1	0	0	0	=СУММ(B16:E16)
17	П4	0	0	1	0	=СУММ(B17:E17)
18		1,00	1,00	1,00	1,00	
20	Цільова функц.	33				

Рис. 3. Формалізована задача в середовищі Excel

Джерело [розроблено автором]

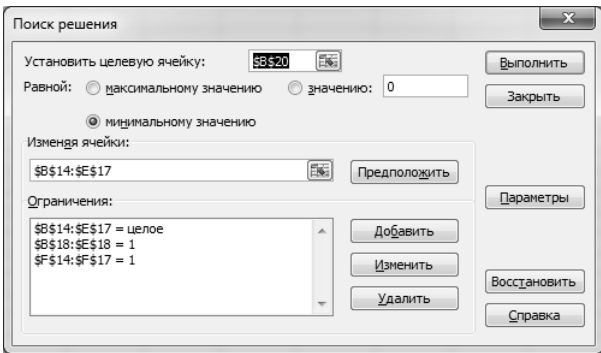


Рис. 4. Діалогове вікно надбудови «Поиск решения»

Джерело [розроблено автором]

Після завершення дії надбудови формульні чарунки приймають числові значення. Цільова функція приймає значення оптимального розв’язку. В нашому випадку це мінімальні затрати на виконання замовлень і вони складають 33 умовних грошових одиниць. При тому, що перше підприємство буде виконувати третє замовлення, друге підприємство – друге замовлення, третє підприємство – четверте замовлення та четверте підприємство – перше замовлення (рис. 5).

У ході імітаційного моделювання можуть бути побудовані різні моделі процесів, явищ, результатів, що вивчаються.

Підсумовуючи розв’язання задачі, підкреслимо важливі результати. При вирішенні задачі методом Монте-Карло з використанням програми-макросу мінімальні затрати склали 33 грош.од. При вирішенні задачі за допомогою надбудови «Поиск решения» також 33 грош. од. При вирішенні поставленої задачі методом Монте-Карло «вручну» – 34 грош. од. Ця розбіжність сталася за рахунок того, що використовуючи «ручний» метод було здійснено лише 10 випробувань, а в макросі відбулось 100000 випробувань.

	A	B	C	D	E	F
1	Підприємства	Вартість виконання кожного виду замовлення на кожному з підприємств				
2		1	2	3	4	
3	П1	5	8	12	7	
4	П2	8	9	7	14	
5	П3	8	12	10	13	
6	П4	15	12	9	10	
12	Підприємства	Вартість виконання кожного виду замовлення на кожному з підприємств				
13		1	2	3	4	
14	П1	0	0	0	1	1
15	П2	0	1	0	0	1
16	П3	1	0	0	0	1
17	П4	0	0	1	0	1
18		1,00	1,00	1,00	1,00	
20	Цільова функц.	33				

Рис. 5. Аркуш Excel після виконання «Поиск решения»

Джерело [розроблено автором]

**Висновки з проведеного дослідження.** Провівши дослідження, було порівняно три методи розв’язання поставленої задачі. Два з них показали однакові результати, це свідчить про те, що був знайдений най-оптимальніший варіант розподілу замовлень по підприємствах. Проте розв’язання задачі за допомогою програми, написаної на мові VBA, є більш ефективним, оскільки він більш гнучкий і дає змогу обминати обмеження, які іноді неможливо виразити таблично.

Але необхідно пам’ятати, що не всі оптимізаційні задачі можуть бути вирішені декількома способами одночасно, як цей приклад. Перешкодою для цього може бути – недостатність вихідних даних, неможливість постановки задачі для того чи іншого методу, недостатні знання мови VBA тощо.

Доцільним є використання обох методів при розв’язанні подібних задач на практиці – як метод Монте-Карло, так і засіб «Поиск решения» та по можливості виконувати перевірку результатів, які через абсолютно різні механізми реалізації можуть мати незначні відмінності та похибки.

**БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:**

1. Ситник В. Ф. Імітаційне моделювання : [навч. посібник] / В. Ф. Ситник, Н. С. Орленко. – К. : КНЕУ, 1998.
2. Адамь Ф.Ф. Основы математического моделирования агробиопроцессоров / Ф.Ф. Адамь В.А., Вергунов, И.Н. – К. : Нора-принт, 2005. – 372 с.
3. Вітлінський В. В. Моделювання економіки : [навч. посібник] / В. В. Вітлінський – К. : КНЕУ, 2003. – 408 с.
4. Кельтон В. Імітаційне моделювання. Класика С8 / В. Кельтон, А. Лоу. – СПб. : Питер; Киев : Издательская группа БИУ, 2004.
5. Гультьєв А. К. MATLAB 5.3. Імітаційне моделювання в сфері Windows : Практичне посібник / А. К. Гультьєв. – СПб. : КОРОНА принт, 2001. – 400 с.
6. Товма І.П. Економіко-математичні методи і їх застосування в організації і плануванні сільськогосподарського виробництва: Лекція X, 1982. –30 с.
7. Вентцель Е.С. Теорія ймовірностей / Е.С. Вентцель. – М. : Наука, 1969.
8. Волков І. К. Исследование операций / И. К. Волков, А. Е. Загоруйко и др. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000.
9. Карлберг Конрад. Бизнес-анализ с помощью Excel : Пер. с англ. – К. : Диалектика, 1997. – 448с.: ил.
10. Лук’янова В. В. Комп’ютерний аналіз даних : [посібник] / В. В. Лук’янова. – К. : Видавничий центр «Академія», 2003. – 344 с.