

ніж на 2%, проте міжбанківські кредити здійснюють більший вклад у формування фінансового забезпечення діяльності банків України.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Буряк П.Ю. Фінансове забезпечення розвитку підприємництва : моногр. / П.Ю. Буряк. – Львів : Ін-т регіональних досліджень НАН України, 2000. – 258 с.
2. Васильєва Т.А. Банківське фінансування інноваційної діяльності : монографія. – Суми : Ділові перспективи, 2006. – 60 с.
3. Васильєва Т.А. Банковское инвестирование на рынке инноваций : монография. – Сумы : Изд-во СумГУ, 2007. – 513 с.
4. Зятковський І.В. Фінансове забезпечення діяльності підприємств : монографія. – Тернопіль : Економічна думка, 2000. – 215 с. (С. 44-150)
5. Колодізєв О.М. Фінансове забезпечення інноваційного розвитку національної економіки : автореф. дис. ... д-ра екон. наук : 08.00.08 / О.М. Колодізєв ; Укр. акад. банк. справи Нац. банку України. – Суми, 2010. – 40 с.
6. Міщук О.В. Фінансове забезпечення економічного зростання в умовах реалізації інвестиційно-інноваційної політики / О.В. Міщук // Актуал. пробл. економіки. – 2008. – № 2. – С. 25-30. – Бібліогр.: 18 назв
7. Опарін В.М. Фінанси (загальна теорія) : навч. посібник. – 2-ге вид., доп. і перероб. – К. : КНЕУ, 2001. – 240 с.
8. Сокиринська І.Г. Діагностика фінансового забезпечення діяльності підприємства // Фінанси України. – 2003. – № 1. – С. 88-95.

УДК 368.03:343.535(477)

Жумік О.В.

*кандидат фізико-математичних наук,
старший викладач кафедри математичних методів в економіці
Львівської державної фінансової академії*

Стадник Ю.А.

*кандидат економічних наук,
доцент кафедри економічної кібернетики
Львівської державної фінансової академії*

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ АКТУАРНОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ БАНКРУТСТВА СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ

Модель банкрутства страхової компанії розглядається в даній роботі на основі знаходження ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику. Виконується оцінка ймовірності банкрутства українських страховиків виходячи з порівняння апроксимацій ймовірності банкрутства отриманих за допомогою різних математико-статистичних підходів. У статті також здійснюється визначення мінімально необхідного розміру страхового капіталу при певному рівні ризику, що вважається безпечним з точки зору страхової компанії.

Ключові слова: страхова компанія, страховий тариф, актуарна математика, ймовірність банкрутства, класична модель ризику.

Жумік О.В., Стадник Ю.А. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ АКТУАРНОЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ БАНКРУТСТВА СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ

Модель банкрутства страховой компании рассматривается в данной работе на основе нахождения вероятности банкрутства в классической модели риска. Выполняется оценка вероятности банкрутства украинских страховщиков исходя из сравнения аппроксимаций вероятности банкрутства полученных с помощью разных математико-статистических подходов. В статье также осуществляется определение минимально необходимого размера страхового капитала при определенном уровне риска, который считается безопасным с точки зрения страховой компании.

Ключевые слова: страховая компания, страховой тариф, актуарная математика, вероятность банкрутства, классическая модель риска.

Zhumik O.V., Stadnyk J.A. THE APPLICATION OF ACTUARIAL MATHEMATICS METHODS FOR DETERMINATION OF THE PROBABILITY OF AN INSURANCE COMPANY BANKRUPTCY

The model of bankruptcy of insurance company on the basis of searching of probability of bankruptcy in the classic model of risk is examined in the work. Probability of bankruptcy of the Ukrainian insurers companies is estimated coming from comparison of approximations made using different mathematical statistical methods. Also minimal necessary size of insurance capital at the certain level of risk which is considered safe from the point of insurance company is determined in the article.

Keywords: an insurance company, insurance rates, actuarial mathematics, probability of bankruptcy, the classical risk model.

Постановка проблеми. Зростання кількості страхових компаній, зміна структури та обсягу послуг, що вони надають, підвищує роль науково-методичного забезпечення головних складових ефективної діяльності страхових компаній. Серед найважливіших завдань вітчизняного страхового бізнесу можна виділити визначення оптимальної вартості премії за страхування або страхового тарифу, яка, з одного боку, повинна забезпечувати страховій компанії не тільки захист від збитків, а й хороший прибуток, з іншого – конкурувати з преміями інших страхових компаній.

Страхові компанії України встановлюючи розміри страхових тарифів, переважно не виконують власних розрахунків, а орієнтуються на тарифні ставки російського страхового ринку, ситуація на якому значно відрізняється. Намаганням вітчизняних страховиків зробити власну оцінку страхових премій перешкоджають відсутність статистичних даних, які б реально описували стан українського страхового ринку та нестабільність законодавчої бази в галузі страхування, що спричиняє його колапс.

Результатом такої ситуації є неправильне встановлення страхових тарифів, а, відповідно, неефективна страхова діяльність, що призводить до значних фінансових збитків і, навіть до банкрутства страхових компаній.

Для здійснення фахової оцінки стану страхового ринку, перспектив діяльності страхової компанії та ймовірності її банкрутства й раціонального встановлення страхових тарифів, доцільно застосовувати актуарну математику, що включає систему математичних і статистичних методів прийняття рішень у страховій діяльності. Методологія актуарних розрахунків ґрунтується на застосуванні теорії ймовірностей, демографічної статистики та довгострокових фінансових обчислень інвестиційного доходу страховика.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Виконані українськими науковцями та практиками в останнє десятиліття дослідження в галузі застосування актуарних розрахунків у діяльності вітчизняних страхових компаній носять фрагментарний характер. Основний внесок у розвиток даного напрямку досліджень зробили Базилович В.Д., Волошин В.В., Козьменко О.В., Лаптев С.М., Оленко А.Я., Осадець С.С., Філонюк О.Ф. Однак головною рисою сучасного стану актуарної науки в нашій державі можна вважати величезний розрив, що існує між теорією й практикою. Українською мало таких робіт, де теоретичні розробки були б доведені до практичної реалізації; навіть демонстрації їхнього застосування одиничні, не говорячи про систематичне використання.

Тому в даній роботі зосередимось саме на практичній реалізації методів актуарної математики на основі статистичних даних про діяльність українських страховиків.

Цілі і завдання статті. Основною ціллю даної статті є продемонструвати практичну реалізацію моделі банкрутства страхової компанії на основі статистичних даних українського страхового ринку та оцінити ймовірності банкрутства українських страховиків.

У статті виконуються завдання, порівняння, апроксимацій ймовірності банкрутства страхових компаній, отриманих різними математико-статистичними методами; розрахунки точної оцінки ймовірності банкрутства вітчизняних страховиків; визначення мінімального необхідного розміру страхового капіталу компанії.

Виклад основного матеріалу. Елементарною складовою ризику страхової компанії є індивідуальний позов. Залежно від ситуації іноді під індивідуальним позовом розуміють будь-який конкретний позов, а іноді – декілька позовів, породжених однією страховою угодою.

У межах теорії індивідуального ризику цікавляться лише розміром індивідуального позову X , виміряного в певних грошових одиницях.

Індивідуальні позови становлять інтерес не самі по собі, а передусім з позиції їх наслідків для фінансового стану компанії. Якщо в деякий момент часу t надходить позов величиною X та капітал компанії в цей момент u_t більший або дорівнює X , то компанія успішно виконає свої зобов'язання. Якщо ж $X > u_t$, то компанія не зможе сплатити позов; у такому випадку йдеться про банкрутство компанії (хоча на практиці компанія може позичити суму, якої не вистачає, $X - u_t$ та сплатити позов). Ймовірність банкрутства становить фундаментальний інтерес для компанії та є основою для прийняття найважливіших рішень.

Модель індивідуального ризику може бути використана в якості моделі функціонування страхової компанії, яка призначена для розрахунку ймовірності

банкрутства. Вона базується на таких припущеннях:

1) аналізується фіксований відносно короткий проміжок часу (такий, що можна знехтувати інфляцією та не враховувати дохід від інвестування) – звичай один рік;

2) кількість угод страхування N фіксована та не випадкова;

3) плата за страховку повністю вноситься на початку періоду, що аналізується, ніяких надходжень протягом цього періоду немає;

4) ми спостерігаємо кожну окрему угоду страхування та знаємо статистичні властивості пов'язаного з ним індивідуального позову X (оскільки не всі угоди призводять до позову, деякі з випадкових величин X_1, \dots, X_N , де X_i – позов від i -ї угоди, можуть дорівнювати нулю).

У межах цієї моделі банкрутство визначається сумарним позовом $S = X_1 + \dots + X_N$ до страхової компанії. Якщо цей сумарний позов більший за капітал компанії, остання не зможе виконати всі свої зобов'язання та збанкрутує. Тому ймовірність банкрутства компанії дорівнює

$$R = P(X_1 + \dots + X_N > u). \quad (1)$$

У моделі припускається, що випадкові величини X_1, \dots, X_N – незалежні (таким чином, ми виключаємо катастрофічні нещасні випадки, що призводять до позовів одразу за декількома угодами).

Фактично явну формулу для ймовірності банкрутства $\psi(u)$ в класичній моделі ризику, що розглядається в роботі, можна вказати лише для того випадку, коли виплати страхової компанії розподілені за експоненціальним законом. Але ця ситуація досить рідко трапляється в практичній діяльності страхових компаній, до того ж вона є досить складною для обчислень. На практиці використовують наближені формули для обчислення функції $\psi(u)$, що є ймовірністю банкрутства компанії при початковому капіталі u .

Апроксимація Беекмана—Боверса для (u) [1, с. 143]. Нехай

$$H(u) = P\{\inf_{t \geq 0} Q_t < -u : \inf_{t \geq 0} Q_t < 0\}. \quad (2)$$

Тоді

$$H(u) = \frac{\varphi(u) - \varphi(0)}{1 - \varphi(0)} = 1 - (1 + \theta)\psi(u), \quad (3)$$

звідки

$$\psi(u) = \frac{1}{1 + \theta}(1 - H(u)). \quad (4)$$

Апроксимація де Вільдера [1, с. 157]. Ідея цієї оцінки така: ми апроксимуємо процес виплат у загальній класичній моделі ризику процесом, в якого виплати мають експоненціальний розподіл так, щоб

$$MQ_i^k = M\bar{Q}^k(t) \text{ при } k=1,2,3.$$

За ймовірність банкрутства (u) приймаємо ймовірність банкрутства $\psi_{DV}(u)$ у процесі $Q(t)$, для якого ми знаємо точну формулу.

Процес $Q(t)$ визначається трьома параметрами $(\bar{\lambda}, \bar{c}, \bar{\mu})$ або $(\bar{\lambda}, \bar{\theta}, \bar{\mu})$ для яких можна встановити такі рівності:

$$\bar{\mu} = \frac{\mu_3}{3\mu_2} \theta, \quad \bar{\theta} = \frac{2\mu_1\mu_3}{3\mu_2^2} \theta, \quad \bar{\lambda} = \frac{9\mu_2^3}{2\mu_2^2} \lambda. \quad (5)$$

Отже,

$$\psi(u) = \psi_{DV}(u) = \frac{1}{1 + \bar{\theta}} e^{-\frac{u\bar{\theta}}{\bar{\mu}(1 + \bar{\theta})}}, \quad (6)$$

за самою побудовою апроксимації у випадку експоненціального розподілу виплат $\psi(u) = \psi_{DV}(u)$.

Експоненціальна апроксимація [1, с. 172]. Позначимо через $F(y)$ моменти функції Y_k розподілу виплат так, що

$$\mu_i = M\mu^i, i=1,2,3,\dots$$

Тоді має місце експоненціальна апроксимація, запропонована Ф. де Вільдером:

$$\psi_L(u) = e^{-\frac{2\mu\theta u}{\mu_2}} \left(1 + \left(\theta u - \frac{\mu_2}{2\mu_1} \right) \frac{4\theta\mu_1^2\mu_3}{3\mu_2^3} \right). \quad (7)$$

Апроксимація Лундберга [1, с. 184]. Використавши оцінку Ове Лундберга, можна отримати таку апроксимацію ймовірності банкрутства:

$$\psi_L(u) = e^{-\frac{2\mu\theta u}{\mu_2}} \left(1 + \left(\theta u - \frac{\mu_2}{2\mu_1} \right) \frac{4\theta\mu_1^2\mu_3}{3\mu_2^3} \right). \quad (8)$$

Апроксимація Рені [2, с. 4]. Використовуючи теорему А. Рені, можна отримати апроксимацію Рені

$$\psi_R(u) = \frac{1}{1+\theta} e^{-\frac{2\mu\theta u}{\mu_2(1+\theta)}}. \quad (9)$$

Досить важливим є питання, яка з наведених оцінок дає найточніший результат для ймовірності банкрутства залежно від різних значень параметрів функції (u). Після розгляду різних апроксимацій стає зрозумілим, що в кожному конкретному випадку реальної страхової компанії, використовуючи статистичні дані за попередні періоди, необхідно встановлювати ймовірнісний розподіл, який найточніше характеризує процес виплат компанії, обчислювати для цієї компанії декілька оцінок ймовірності банкрутства залежно від її стартового капіталу, а потім, порівнюючи отримані результати, робити висновок про реальний стан страхової компанії.

У практичних застосуваннях класичної моделі ризику інтенсивність надходження страхових позовів λ та функції розподілу їх величин $F(z)$ (або її перші три моменти μ_1, μ_2, μ_3) є параметрами моделі, а відносна страхова надбавка та власний капітал компанії u є змінними, що впливають на міру ризику. На практиці страхові компанії можуть збільшувати або зменшувати розмір параметрів θ та u для того, щоб ймовірність банкрутства не перевищувала певного безпечного (з погляду компанії) рівня p_0 . Можна визначити величину стартового капіталу компанії так, щоб ймовірність її банкрутства $\psi(u)$ залишалася на рівні p_0 . Коли виплати компанії мають експоненціальний розподіл, рівень стартового капіталу визначається за формулою [3, с. 58]

$$u = -\frac{(1+\theta)\mu}{\theta} \ln(p_0(1+\theta)), \quad (10)$$

де p_0 – критичний рівень ймовірності банкрутства. Показник мінімального капіталу, розрахований за формулою (10), дає змогу кожній страховій компанії визначити нижче якого рівня небезпечно знижувати обсяг свого власного капіталу (якщо ймовірність банкрутства була нижча за необхідну), або на яку величину треба збільшити розмір власного капіталу чи відносну страхову надбавку (а отже, і загальний обсяг страхових платежів), щоб перебувати на безпечному (з погляду компанії) рівні.

Так, використовуючи дифузійну апроксимацію, ми отримуємо

$$u = -\frac{\ln p_0}{2\mu\theta} (\mu^2 + \theta^2). \quad (11)$$

Використовуючи апроксимацію Ф. де Вільдера, матимемо

$$u = -\frac{\ln p_0 - \ln(1+\tilde{\theta})}{\tilde{\theta}} (1+\tilde{\theta})\tilde{\mu}. \quad (12)$$

Використовуючи експоненціальну апроксимацію, одержимо

$$u = \frac{-(1+\ln p_0)\sqrt{\mu_2^2 + (4/3)\tilde{\theta}\mu_1\mu_2} + \mu_2}{2\mu_1\theta}. \quad (13)$$

Використовуючи апроксимацію Рені, отримуємо

$$u = \frac{\mu_2(1+\theta)\ln(p_0(1+\theta))}{-2\mu_1\theta}. \quad (14)$$

У випадку апроксимації Беекмана-Боверса маємо:

$$u = \Gamma_{\text{обп}}(1 - p_0(1 + \theta)), \quad (15)$$

де $\Gamma_{\text{обп}}$ – функція обернена до гамма-розподілу з параметрами μ_h і σ_h^2 .

Отже, для того, щоб обчислити значення ймовірності банкрутства страхової компанії потрібно лише знати середній розмір страхових виплат та відносну страхову надбавку. Слід зазначити, що страхові компанії України дуже відрізняються одна від одної залежно від кількості та розміру страхових виплат. Наприклад, за перше півріччя 2012 р. страхова компанія «Скарбниця» була лідером за сумами страхових виплат з добровільних видів страхування, виплативши своїм клієнтам понад 95 млн. грн. Ця сума розподілена лише за 12-и страховими виплатами. Таким чином, середній розмір однієї виплати компанії «Скарбниця» дорівнює близько 8 млн. грн. Схожі показники має «Злагода»: понад 85 млн. грн. виплат за добровільними видами страхування лише в 9-и страхових випадках (середній розмір однієї виплати становить близько 9,5 млн. грн.). Зазначимо, що обов'язковими видами страхування ці компанії практично не займаються. Очевидно, подібні показники важко пояснити класичною моделлю ризику.

Водночас, переважна більшість страхових компаній України, що входять до першої сотні за обсягом власного капіталу, уклали за перше півріччя 2012 р. десятки тисяч страхових угод. Кількість страхових позовів до цих компаній також порівняно велика і коливається від 100-200 виплат («Лемма», «Альянс», «Княжа») до декількох десятків тисяч позовів (такі компанії, як «Оранта», «АСКА», «Уніка»). Таким чином, щоб порівняти страхові компанії з малою кількістю позовів та великими розмірами виплат із компаніями з великою кількістю позовів з порівняно малими розмірами виплат ми зробили певні припущення щодо середнього розміру виплат компанії. У нашій моделі під цим показником мається на увазі не середній розмір однієї виплати, а середній розмір виплати за певний проміжок часу, наприклад, за півмісяця. Відповідно до середніх розмірів страхових виплат великих та середніх страхових компаній України, ймовірність банкрутства було розраховано для середнього обсягу виплат у 50 000, 75 000, 100 000 та 200 000 грн. Відносна страхова надбавка дорівнює 30%, 40%.

Проведені розрахунки ймовірностей банкрутства страхових компаній України на основі показників 2012 року показали, що для страхових компаній, розмір страхових резервів яких перевищує 25 млн. грн., ймовірність банкрутства перебуває на дуже низькому рівні, а саме не більше 0,01%. Таким чином, можна стверджувати, що ймовірність банкрутства принаймні 50-и найбільших страхових компаній України практично нульова. Тому в подальших розрахунках оцінок ймовірності банкрутства розглядалися середні страхові компанії України із розміром страхових резервів від 1 млн. до 25 млн. грн., а це 40 страхових компаній України. У таблиці 1 наведені результати розрахунків для деяких страхових компаній України.

Авторами було розроблено електронну таблицю в пакеті Microsoft Excel, яка дає змогу отримати точне значення ймовірності банкрутства страхових компаній при різних рівнях страхових виплат і різних розмірах відносних страхових надбавок. Слід ввести згадані два параметри діяльності компанії до відповідних клітин таблиці замість зазначених там, і на ретині стовпчика, що був змінений, та рядка з назвою відповідної страхової компанії прочитати значення ймовірності банкрутства.

Таблиця 1

Оцінка ймовірності банкрутства страхових компаній України
(експоненціальний розподіл, відносна страхова надбавка – 30%, точність – 10⁻⁴%), %

Номер у рейтингу за страховими резервами	Страхова компанія	Страхові резерви станом на 31.12.2012, тис. грн	Середні виплати, грн			
			50000	75000	100000	200000
55	УТІСО	21 304,0	0,0000	0,0000	0,0007	0,2353
56	Страхові гарантії	20 293,9	0,0000	0,0000	0,0009	0,2614
57	Кредо	20 063,9	0,0000	0,0000	0,0009	0,2618
58	Нафтогазстрах	19 018,8	0,0000	0,0000	0,0013	0,3191
59	Граве Україна	17 031,3	0,0000	0,0000	0,0014	0,3266
60	Злагода	16 684,5	0,0000	0,0000	0,0016	0,3467
61	Юнівес	16 558,7	0,0000	0,0000	0,0017	0,3634
62	Мотор-Гарант	16 490,0	0,0000	0,0001	0,0020	0,3875
63	Віді-страхування	15 413,1	0,0000	0,0001	0,0026	0,4506
64	Домінанта СО	15 160,2	0,0000	0,0001	0,0030	0,4784
65	Довір'я Гарантія	14 019,0	0,0000	0,0002	0,0047	0,5985
66	Мега-Поліс	12 997,9	0,0000	0,0003	0,0065	0,7068
67	Теком	12 873,8	0,0000	0,0004	0,0086	0,8151
68	Крона	12 311,0	0,0000	0,0006	0,0108	0,9125
69	Аско-Медсервіс	12 264,2	0,0000	0,0009	0,0156	1,0954
70	Гарант-Система	12 202,0	0,0000	0,0018	0,0259	1,4121
80	Мономах	6 541,8	0,0060	0,1408	0,6806	7,2358
81	Поліс-Центр	6 254,1	0,0152	0,2615	1,0828	9,1266
82	Мегаполіс СО	5 199,0	0,0161	0,2710	1,1122	9,2496
83	Юнісон-Гарант	4 476,5	0,1121	0,9890	2,9371	15,0310
84	Промислово-Страховий альянс	4 070,0	0,1177	1,0215	3,0091	15,2142

Висновки зведеного дослідження. Зробимо висновки про те, як зміна параметрів моделі впливає на значення показника ймовірності банкрутства страхової компанії. Наприклад, ймовірність банкрутства компанії «Скарбниця» (стартовий капітал 7817,0 тис. грн.) приблизно в 10 разів більша за ймовірність банкрутства компанії «Мега-Поліс» (стартовий капітал 12997,9 тис. грн.) за однакових середніх розмірів страхових виплат та відносної страхової надбавки 30%. Для відносної страхової надбавки в 40% чи 50% ймовірності банкрутства цих компаній відрізняються ще більше (у 20-30 разів).

У разі збільшення середнього розміру страхових виплат, скажімо, з 75 тис. до 100 тис. грн. ймовірність банкрутства зростає по-різному, залежно від розміру початкового капіталу. Так, для порівняно малих ймовірностей банкрутства (менше 1%) ймовірність зростає в 5-10 разів (компанії «Злагода», «Кредо» тощо), а для середніх значень (1-5%) зростання ймовірності банкрутства вже не таке значне (у 2-3 рази, компанії «Крона», «Мономах» тощо).

Порівнюючи значення ймовірностей банкрутства за різних відносних страхових надбавок, можна за-

значити, що в разі збільшення страхової надбавки з 30% до 40% та з 40% до 50% ймовірність банкрутства знижується в 3-4 рази, причому для порівняно великих значень ймовірності банкрутства (у 4-5%) зниження цього показника не таке істотне, як для значень ймовірності, менших за 1%.

Зазначимо, що обчислити мінімальний розмір страхових резервів компанії для будь-якого рівня ймовірності банкрутства також можна за допомогою електронного аналога таблиць, розроблених авторами в пакеті Microsoft Excel, замінивши у відповідній клітинці таблиці значення ймовірності банкрутства.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. В.Д.Базилевич, К.С.Базилевич, Страхова справа. – 5-те вид., стер. – Знання, 2006. – 351 с.
2. Сіренко І.І. Аналіз розвитку страхового ринку та оцінка його перспектив / І.І. Сіренко // Старова справа. – 2009. – № 3(35). – С. 23-25.
3. Гаманкова О.І. Фінанси страхових організацій: навч. посібник / О.І. Гаманкова. – КНЕУ, 2007. – 326 с.