

УДК 519.866

Мошенська А.В.

аспірант кафедри вищої математики  
факультету управління персоналом та маркетингу  
Київського національного економічного університету імені Вадима Гетьмана

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОТОЧНОГО ЕФЕКТУ ВІД РЕКЛАМНИХ ЗВЕРНЕНЬ ПІДПРИЄМСТВА

У статті представлено математичне моделювання поточного ефекту від рекламних звернень підприємства в умовах конкуренції, що ґрунтуються на реальних відгуках на рекламні звернення. Графічно ілюструється прояв поточного ефекту від рекламних звернень підприємства, що дає можливість встановити, що функція поточного ефекту від рекламних звернень підприємства періодична і її можна розкласти в ряд Фур'є на відрізку. На прикладі показано різні ефекти від рекламних звернень.

**Ключові слова:** економічна ефективність рекламних звернень, тимчасовий поточний ефект від рекламних звернень, ряд Фур'є, функція виручки, інтервали граничних знижок.

### Мошенская А.В. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕКУЩЕГО ЭФФЕКТА ОТ РЕКЛАМНЫХ ОБРАЩЕНИЙ ПРЕДПРИЯТИЯ

В статье представлено математическое моделирование текущего эффекта рекламных обращений с точки зрения конкуренции, на основе реальных отзывов на рекламные обращения. Графически иллюстрируется проявление эффекта текущих рекламных обращений предприятия, которое дает возможность установить, что функция текущего эффекта рекламных обращений предприятия периодическая и ее можно разложить в ряд Фурье на отрезке. На примере показаны разные эффекты от рекламных обращений.

**Ключевые слова:** экономическая эффективность рекламных обращений, временный текущий эффект от рекламных обращений, ряд Фурье, функция выручки, интервалы предельных скидок.

### Moshenskaya A.V. THE MATHEMATICAL MODELING OF THE CURRENT ADVERTISING APPEALS EFFECT OF THE COMPANY

The article presents the mathematical modeling of the effect of advertising appeals in terms of competition, based on real reviews of advertising appeal. The effect of the current enterprise appeals was graphically illustrated, it allows us to prove that the function of current advertising appeals effect of the company is periodical and can be decomposed into a series of Fourier on a segment. In the article we looked at different effects of advertising appeals.

**Keywords:** cost-effectiveness of advertising messages, the current temporary effect of advertising appeals, a series of Fourier, the profit function, boundary discounts intervals.

**Постановка проблеми.** Математичне моделювання поточного ефекту від рекламних звернень підприємства являється актуальною проблемою, адже в умовах конкуренції економічна ефективність реклами характеризується впливом рекламних звернень підприємства на його збут і враховує такі показники як рівень прибутку, частки ринку і т.п. Формалізація при моделюванні повинна враховувати не тільки складне відокремлення рекламних зусиль від інших, які стосуються, наприклад, просування продукції підприємства, а також і вплив конкуренції, економічного та політичного клімату, технологічні чинники та соціокультурне середовище.

**Аналіз основних джерел.** В економічній літературі проблематика моделювання процесу рекламних звернень підприємства знайшла відображення в роботах таких вчених, як Баженов Ю.К., Батра Р., Бернет Дж., Гузя М.Г., Джефкінс Ф., Лук'янець Т.І., Лисенко Ю.Г., Маєрс Д.Дж., Моріарті С., Панкратов Ф.Г., Персі Л., Ромат Е.В., Росітер Дж.Р., Сендідж Ч., Уелс У., Фрайбургер В., Шапіра С.П. та інших.

Дослідження впливу рекламних звернень на збут підприємства обумовлює необхідність збору статистичних даних протягом деякого часового періоду, наприклад тижня, місяця, кварталу. Підприємство рекламує свою продукцію, використовуючи версії контенту (різних оголошень) різної тривалості (від 1 до 4 або від 2 до 8 тижнів) в цільовій аудиторії споживачів. Вплив реклами на збут продукції підприємства може бути викликано різними факторами.

В роботі [1] розглядається ієрархічна модель, в якій представлений аналіз дії реклами на збут та фак-

тори, які на це впливають. Одержано оцінки впливу рекламних звернень для продажів або ринкової частки, як ефектів від реклами. В роботі [2] підкреслюється, що одна реклама не може завжди проводитися на одному певному каналі, – це приводить до проблем множинних залежностей між ефектами від реклами. Перш за все оцінюється який контент, тривалість кампанії, а також медіа найбільш ефективні. Наприклад [3], ефективність реклами може спочатку повільно збільшуватися, а потім спадає з часом, причому покращення відбувається повільно, а знос досить швидко. З іншого боку, якщо ефективність рекламного звернення неухильно знижується з часом, то покращення не настає, а знос розпочинається із самого початку проведення рекламного звернення [4]. Крім того, можуть спостерігатися ефекти взаємодії, наприклад, якщо враховується якість медіа [5].

Для аналізу всіх ефектів від реклами необхідно розглядати інтегровані моделі, які можуть їх описати, вони складні і вимагають значних статистичних даних [6].

**Невирішені раніше частини проблеми.** Найпростішим методом визначення ефективності рекламних звернень підприємства в умовах конкуренції може стати моделювання інтенсивності рекламних звернень по відношенню до всіх інших рекламних звернень в полі ринкових відносин підприємства з урахуванням тимчасових ефектів, які можуть бути як короткострокові, так і довгострокові. Існує декілька основних чинників, які викликають різні тимчасові ефекти від рекламних звернень:

- затримка впливу реклами [5];
- затримка відгуку споживача [6];

- затримка покупки через наявність запасів продукції у споживачів [7];
- затримка покупки від споживачів, які дізналися про продукцію від когось, хто побачив рекламу першим [7].

Постановка задачі. На основі викладеного можна сформулювати наступне: для вирішення задачі визначення ефективності рекламних звернень підприємства в умовах конкуренції необхідно проаналізувати види поточних ефектів від рекламних звернень та знайти способи їх математичного моделювання.

**Виклад основного матеріалу.** Одним з найбільш важливих факторів, що впливають на ефективність рекламної кампанії і допомагають отримувати від нього найбільший ефект є частота повторення рекламного повідомлення. В науковій літературі немає єдиної думки про те, як визначити оптимальне значення цього індикатора.

Рекламне звернення повинно пройти три етапи: демонстрація, привертання уваги, обробка інформації. На всіх трьох етапах фактор повторення може впливати на ефективність реклами. На етапах залучення уваги та обробки інформації повторення позначається на рівні когнітивних процесів (можливість зосередити увагу, зрозуміти).

На етапі демонстрації: збільшення ймовірності того, що повідомлення буде звернена увага. Для залучення уваги цільової аудиторії, рекламне повідомлення повинно пройти щільну завісу інформаційного шуму.

Вчені намагаються визначити математично аналітичну функцію, яка б моделювала поточний ефект від рекламних звернень підприємства, при цьому не приводила до не виправданого збільшення рекламного бюджету.

Функція рекламного відгуку є нелінійною. Вплив зростає, потім згладжує або зменшується. Той факт, що ефективність зазвичай збільшується не миттєво, а протягом деякого часу, дає вченим підстави вважати, що певна кількість повторів має важливе значення для забезпечення максимальної ефективності. Другий фактор, що впливає на ефективність, є новизна повідомлення. Зауважимо, що використання циклів з різними рекламними повідомленнями, як показує практика, є набагато більш ефективним.

В роботі [1] аналізується післядія рекламних звернень підприємства. Представимо поточний ефект від рекламних звернень на рисунку 1, де по осі ОХ відкладемо час, по осі ОУ – збут продукції підприємства. Пунктирна лінія  $Y=A$  ілюструє базовий рівень збуту [2]. Пунктирна лінія  $Y=B$  ілюструє досягну-

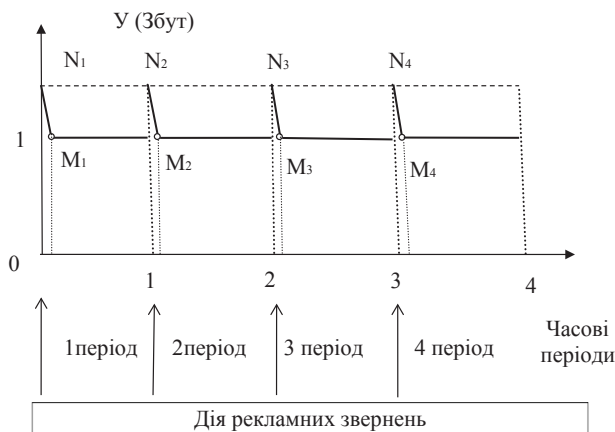


Рис. 1. Прояв поточного ефекту від рекламних звернень підприємства

тий рівень збуту у вигляді стрибка збуту до точки В після дії рекламних звернень і викликається такий стрибок дією рекламних звернень.

З рисунку 1 видно, що стійкість поточного ефекту від рекламних звернень незначна. В роботах [6; 7; 9] показано, що поточний ефект впливу ціни на продукцію підприємства переважає ефект від рекламних звернень. В роботі [8] показано, що такий ефект від рекламних звернень не проявляє стійкості. У випадку поточного ефекту від рекламних звернень можна визначити ефективність рекламних звернень як відношення прибутку, одержаного від реклами, до суми витрат на рекламні звернення. Прибуток від реклами визначається добутком суми покупок під впливом реклами, кількістю звернень у фірму і рентабельності.

Отже, поточний ефект від реклами характеризується збільшенням збуту товару, який відбувається відразу після впливу рекламних звернень.

Таким чином графічно ілюструється на рисунку 1 прояв поточного ефекту від рекламних звернень підприємства, що дає можливість встановити, що функція поточного ефекту від рекламних звернень підприємства періодична і її можна розкласти в ряд Фур'є на відріжку.

З рисунку 1 встановлюємо, що функція періодична з періодом  $T=1$  ( $2l=1, l=1/2$ ), то задану функцію розкладаємо в ряд Фур'є на відріжку  $[0, 2l] = [0, 1]$ , використовуючи формули:

$$a_0 = \frac{1}{2l} \int_{C-l}^{C+l} f(x) dx,$$

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{C-l}^{C+l} f(x) \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx, \quad n \in N, C \in R$$

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{C-l}^{C+l} f(x) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx, \quad n \in N, C \in R$$

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \right)$$

Запишемо рівняння заданої функції, що представлено відрізком прямої, що проходить через точки  $N_i, M_i$ .

Координати точок:  $N_i(t, 1.08), M_i(t+0.2, 0), t = \overline{0, 3}$ .

Рівняння прямої  $N_i, M_i$  запишемо, як рівняння прямої, що проходить через дві задані точки у вигляді:

$$\frac{y-1}{1.08-1} = \frac{x-0.2}{-0.2} \Rightarrow \frac{y-1}{0.04} = \frac{x-0.2}{-0.1} \Rightarrow y-1 = -0.4x+0.08 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -0.4x+1.08$$

Знаходимо коефіцієнти ряду Фур'є за формулами (1):

$$a_0 = \frac{1}{1} \int_0^{0.2} (-0.4x+1.08) dx = \left( -\frac{0.4x^2}{2} + 1.08x \right) \Big|_0^{0.2} = 0.208. \quad (3)$$

Наступні коефіцієнти знаходимо за методом інтегрування частинами:

$$a_n = \frac{1}{1/2} \int_0^{0.2} (-0.4x+1.08) \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} -0.4x+1.08 = U, \quad -0.4Dx = DU \\ \cos\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) dx = DV, \quad V = \frac{1}{2n\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) \end{array} \right| =$$

$$= 2 \left( (-0.4x+1.08) \cdot \frac{1}{2n\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) \Big|_0^{0.2} + \frac{0.4}{2n\pi} \int_0^{0.2} \sin(2n\pi x) dx \right) = (4)$$

$$= 2 \left( \frac{\sin 0.4n\pi}{2n\pi} - \frac{0.4 \cos 2n\pi x}{(2n\pi)^2} \Big|_0^{0.2} \right) =$$

$$= \frac{\sin 0.4n\pi}{n\pi} - \frac{0.8}{(2n\pi)^2} (\cos 0.4n\pi - 1).$$

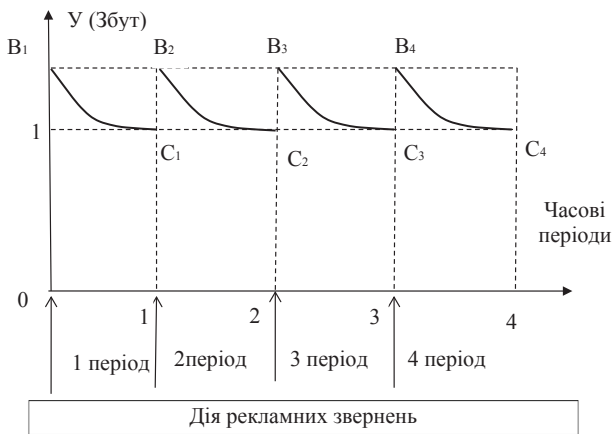
$$\begin{aligned}
 b_n &= 2 \int_0^{0.2} (-0.4x + 1.08) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) dx = \\
 &= \left| \begin{array}{l} -0.4x + 1.08 = U, \quad -0.4Dx = DU \\ \sin\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) dx = DV, \quad V = -\frac{1}{2n\pi} \cos\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) \end{array} \right| = \\
 &= 2 \left( (-0.4x + 1.08) \cdot \left(-\frac{1}{2n\pi}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) - \frac{0.4}{(2n\pi)^2} \sin(2n\pi x) \right) \Big|_0^{0.2} = \\
 &= \frac{-\cos 0.4n\pi}{n\pi} + \frac{1.08}{\pi n} - \frac{0.8}{(2n\pi)^2} \cdot \sin 0.4n\pi.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Підставляючи значення коефіцієнтів, знайдених за формулами (1), у вигляді (3)-(5), запишемо розклад функції (2) в ряд Фур'є:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 0.208 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin 0.4n\pi}{n\pi} - \frac{0.8}{(2n\pi)^2} (\cos 0.4n\pi - 1) \right\} \cos(2n\pi x) + \\
 &+ \left\{ \frac{-\cos 0.4n\pi}{n\pi} + \frac{1.08}{\pi n} - \frac{0.8}{(2n\pi)^2} \cdot \sin 0.4n\pi \right\} \cdot \sin(2n\pi x).
 \end{aligned} \tag{6}$$

Отже, формула (6) є аналітичним виразом поточного ефекту від рекламних звернень підприємства.

На рисунку 2 представлено прояв тимчасового поточного короткострокового ефекту від рекламних звернень підприємства, що виявляється у вигляді підняття рівня збуту на початку кожного часового періоду на величину  $C_i B_i$  з плавним повертанням до базового рівня збуту.



**Рис. 2. Прояв тимчасового поточного короткострокового ефекту від рекламних звернень підприємства**

З рисунку 2 встановлюємо, що функція періодична з періодом  $T=1$  ( $2l=1, l=1/2$ ), тоді задану функцію розкладаємо в ряд Фур'є на відрізку  $[0, 2l] = [0, 1]$ , використовуючи формули (1). Запишемо рівняння заданої функції, що представлена на Рис. 2 з невідомими коефіцієнтами:  $y = Ae^{-Bx}$ .

Визначаємо координати точок:  $B_i(t, 1.08), C_i(t, 1), t=0, 3$ . Тоді

$$y = \begin{cases} 1.08^{1-(x+k)}, & k < x < k+1, \\ 1.04, & x = k \end{cases} \tag{7}$$

(1.04 – середнє значення в точках розриву функції 1-го роду).

Знаходимо коефіцієнти ряду Фур'є за формулами (1):

$$a_0 = \frac{1}{1} \int_0^1 (1.08^{1-x}) dx = \left( -\frac{1}{\ln 1.08} 1.08^{1-x} \right) \Big|_0^1 = \frac{0.8}{\ln 1.08}.$$

Позначивши шуканий інтеграл через  $I$  та застосовуючи інтегрування частинами, знаходимо:

$$\begin{aligned}
 a_n &= 2I = \frac{1}{1/2} \int_0^1 (1.08^{1-x}) \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) dx = \left| \begin{array}{l} (1.08^{1-x}) = U, \quad -(1.08^{1-x}) \ln 1.08 dx = dU \\ \cos\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) dx = dV, \quad V = \frac{1}{2n\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) \end{array} \right| = \\
 &= 2 \left( (1.08^{1-x}) \cdot \frac{1}{2n\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{1/2}\right) \Big|_0^1 - \frac{\ln 1.08}{2n\pi} \int_0^1 (1.08^{1-x}) \sin(2n\pi x) dx \right) = \\
 &= \left| \begin{array}{l} (1.08^{1-x}) = U, \quad -(1.08^{1-x}) \ln 1.08 dx = dU \\ \sin(2n\pi x) dx = dV, \quad V = -\frac{1}{2n\pi} \cos(2n\pi x) \end{array} \right| = \frac{2 \ln 1.08}{2n\pi} \left( -\frac{1}{2n\pi} (1-1.08) - \frac{\ln 1.08}{2n\pi} I \right).
 \end{aligned}$$

Тоді коефіцієнти  $a_n, b_n$  одержимо у вигляді:

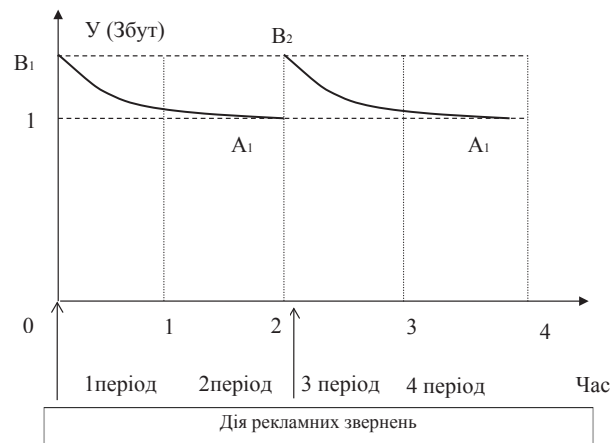
$$a_n = \frac{1.6 \ln^2 1.08}{0.5(2n\pi)^2 + 0.8 \ln^2 1.08}, \quad b_n = \frac{0.16 \ln 1.08}{(2n\pi)^2 + \ln^2 1.08}, \tag{8}$$

Підставляючи значення коефіцієнтів, знайдених за формулами (1), у вигляді (8), запишемо розклад функції (7) в ряд Фур'є:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{0.8}{\ln 1.08} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1.6 \ln^2 1.08}{0.5(2n\pi)^2 + 0.8 \ln^2 1.08} \right\} \cos(2n\pi x) + \\
 &+ \left\{ \frac{0.16 \ln 1.08}{(2n\pi)^2 + \ln^2 1.08} \pi \right\} \cdot \sin(2n\pi x).
 \end{aligned} \tag{9}$$

Отже, формула (9) є аналітичним виразом тимчасового поточного короткострокового ефекту від рекламних звернень підприємства.

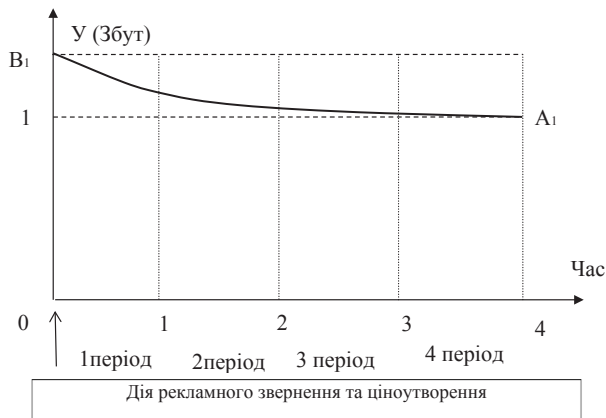
Розглянемо синергію ціноутворення та рекламних повідомлень як короткостроковий ефект від рекламних звернень підприємства, що ілюструється на Рис.3. Як видно з Рис.3 рекламні звернення подаються на початку 1-го і 3-го часових періодів з реакцією на них збуту сумісно із застосуванням методики ціноутворення із згладжуванням стрибків в околі цінових знижок. Тоді ефект продовжується на два періоди. Ілюстрація синергії ціноутворення та рекламних повідомлень як подовженого короткострокового ефекту від рекламних звернень підприємства представлена на рисунку 4.



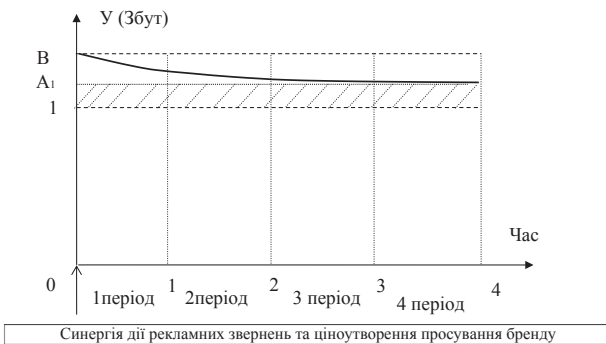
**Рис. 3. Ілюстрація синергії ціноутворення та рекламних повідомлень як короткострокового ефекту від рекламних звернень підприємства**

Ефект продовжується на всі чотири часових періоди, причому в кінці четвертого періоду збут спускається до базового рівня.

Ілюстрація синергії ціноутворення та рекламних повідомлень як довгострокового стійкого ефекту від рекламних звернень підприємства представлена на рисунку 5.



**Рис. 4. Ілюстрація синергії ціноутворення та рекламних повідомлень як подовженого короткострокового ефекту від рекламних звернень підприємства**



**Рис. 5. Ілюстрація синергії ціноутворення та рекламних повідомлень як довгострокового стійкого ефекту від рекламних звернень підприємства**

Як видно з Рис. 5 синергетичний ефект подовжується на всі чотири часових періоду, причому в четвертому періоді збут спускається до позначки, що вища за базовий рівень. Синергетичний ефект від рекламних звернень підприємства проявляється таким чином, коли базовий рівень збуту  $Y=1$  підвищується і переходить на рівень  $Y=A_1$ .

Зауважимо, що довгостроковий стійкий ефект від рекламних звернень підприємства являється незвичайним ефектом реклами, який зустрічається досить

рідко і залишається навіть після того, як рекламна кампанія завершена. Як правило, цей ефект викликається тим, що реклама створює так званий ефект запам'ятовування зв'язку або відношень невідомих фактів.

**Висновки.** Таким чином, представлені види аналізу та класифікація способів визначення ефективності рекламних звернень підприємства, що ґрунтуються на реальних відгуках на рекламні звернення. Проведено математичне моделювання прояву поточного ефекту від рекламних звернень підприємства шляхом розкладання функції в ряд Фур'є на відріжку. Проаналізовано приклад, у якому рекламні звернення проводяться протягом місяця, причому рівномірно розподілені між тижнями, показано, що відбувається невеликий сплеск в збуті, що проявляється разом з кожним впливом, зростає до 3 тижня, хоча рівень рекламних звернень – постійний. Даний ефект проявляється явищем посилення. Потім знову продажі повертаються до базового рівня збуту – виявляється так званий ефект зносу: зменшення реакції продажів на рекламу від одного часового періоду до іншого з ходом рекламних звернень, навіть тоді, коли інтенсивність рекламних звернень постійна. Зауважимо, що рекламні звернення підприємства здійснюється в умовах конкуренції, і неврахування цього може приводити до помилкових оцінок.

#### БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

1. Tellis G.J. Effective advertising. Understanding when, how and why advertising works. – Thousand Oaks: Sage Publications, 2004.
2. Krugman H. Why three exposures may be enough // Journal of advertising research. December. 1972.
3. McDonald C. What is the short-term effect of advertising? // Marketing Science Institute Report. № 71. – 142. – Cambridge, MA: Marketing Science Institute, 1971.
4. Jones J.P. Ad spending: maintaining market share // Harvard Business Review, 1990.
5. Gibson L.D. What can one TV exposure do // Journal of advertising research. March/April 1996.
6. Zielske H.A. The remembering and forgetting of advertising. // Journal of marketing. 23. – 1. – 1959.
7. Ambler T., Hollier A. The waste in advertising is the part that works // Journal of advertising research. December. 2004.
8. Law S., Howkins S.A. Advertising Repetition and Consumer Beliefs: The Role of Source Memory // Measuring advertising effectiveness. – London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 1997.
9. Cacioppo J., Petty R. Effects of message repetition and position on cognitive response and message acceptance // Journal of personality and social psychology. – 37. – 1979.