

УДК 657.1:075.8

**Цеслів О.В.**  
кандидат технічних наук,  
доцент кафедри математичного  
моделювання економічних систем  
Національного технічного університету  
«Київський політехнічний інститут»

**Зінченко Д.С.**  
студент  
Національного технічного університету  
«Київський політехнічний інститут»

## ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛЕЙ ФОРМУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ФІНАНСОВИХ ІНВЕСТИЦІЙ НА ФОНДОВОМУ РИНКУ УКРАЇНИ

Статтю присвячено розробці методики формування оптимального портфеля фінансових інвестицій на фондовому ринку України. Сформульовано принципи формування інвестиційного портфеля, що відповідають обмеженням фінансового ринку на кількість акцій та інвестиційні ресурси. Визначено варіанти ефективного інвестиційного портфеля цінних паперів українського фондового ринку з урахуванням фактичних даних по їх котируванням. Використано моделі оптимізації фондового портфеля Марковица, Шарпа та Квазі-Шарпа. Описана модифікація моделі Марковица, що враховує обмеження на кількість акцій.

**Ключові слова:** Марковиц, Шарп, Квазі-Шарп, економічна динаміка, дохід, диференціальне рівняння.

### Цеслив О.В., Зинченко Д.С. ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ ФИНАНСОВЫХ ИНВЕСТИЦИЙ НА ФОНДОВОМ РЫНКЕ УКРАИНЫ

Статья посвящена разработке методики формирования оптимального портфеля финансовых инвестиций на фондовом рынке Украины. Сформулированы принципы формирования инвестиционного портфеля, соответствующие ограничению рынка на количество акций и инвестиционные ресурсы. Определены варианты эффективного инвестиционного портфеля ценных бумаг украинского фондового рынка с учетом фактических данных по их котировкам.

Использованы модели оптимизации фондового портфеля Марковица, Шарпа и Квази-Шарпа. Описана модификация модели Марковица, учитывающая ограничения на количество акций и минимизацию по риску.

**Ключевые слова:** инвестиции, оптимизация, фондовый рынок, инвестиционный портфель, ценные бумаги.

### Tseliv O.V., Zinchenko D.S. RESEARCH OF MODELS FOR OPTIMAL FINANCIAL INVESTMENTS PORTFOLIO FORMING IN THE STOCK MARKET OF UKRAINE

The article is devoted to development of models for optimal financial investments portfolio forming in the stock market of Ukraine. Principles for investment portfolio forming are stated, considering the corresponding limitation of the market on shares number and investment funds. Options for effective investment securities portfolio for Ukrainian stock market are identified, in view of their quotations actual data. Markowitz model for optimization of stock portfolio, Sharpe and Quasi-Sharpe models were used. Modification of Markowitz model is described, that takes into account the restrictions on number of shares and minimizing risk. The proposed algorithm is based on portfolio forming that limits the yield.

**Keywords:** investments, optimization, stock market, investment portfolio securities.

**Постановка проблеми.** Нині існує велика кількість теорій багатокритеріальної оптимізації ефективних портфелів, які дають можливість вибрати портфель із максимальним доходом за обмеження на ризик або мінімізації ризику портфеля по заданій прибутковості.

Оскільки операції купівлі-продажу на фондовому ринку здійснюються фіксованими обсягами, що вимагає враховувати дискретний характер фінансових активів, використання класичної інвестиційної теорії не завжди доцільно. Тобто класичні методи формування ефективного інвестиційного портфеля потребують модифікації.

Завдання даної роботи – створення нових і вдосконалення існуючих моделей і методів управління інвестиціями під час розробки інвестиційних стратегій, що враховують особливості ринкових відносин в українській економіці з урахуванням характерних для неї ризиків. У статті досліджується питання оптимізації фондового портфеля акцій українського фондового ринку, а також наскільки вигідно вкладати гроші в цінні папери українських компаній.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Найбільш популярними методами оптимізації фондового портфеля є метод Марковица, Шарпа та Квазі-Шарпа. Різним аспектам досліджуваної проблематики приділяли і приділяють значну увагу вітчизняні та

зарубіжні вчені, а саме: Лагоша Б.А. [1, с. 58], Бернстайн Л.А. [2, с. 315], Бланк І.А. [3, с. 408], Міллер М. [4, с. 110], Шеремета Й.М. [5, с. 108].

**Мета статті** полягає у виявленні найбільш ефективного формування оптимального портфеля фінансових інвестицій на фондовому ринку України; дослідженні принципів оптимізації інвестиційного портфеля, якщо відомі обмеження фінансового ринку на кількість акцій та інвестиційні ресурси, а також варіантів ефективного інвестиційного портфеля цінних паперів українського фондового ринку з урахуванням фактичних даних по їх котируванням.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Проаналізуємо роботу Української фондової біржі. У IV кварталі 2015 р. загальний обсяг торгів на «Українській біржі» становив 1 749 млн. грн., що на 23,52% вище аналогічного показника III кварталу 2015 р. та на 1,69% більше обсягу торгів за підсумками II кварталу 2015 р., але на 3% менше обсягу торгів за підсумками I кварталу. Загальна кількість угод становила 48 053, що на 12,17% менше, ніж кварталом раніше.

Лідером обороту в IV кварталі 2015 р. став «ОВДП», обсяг торгів по якому становив 129 475 млн. грн. На другому місці – «Укрнафта» (UNAF) – 18 672 млн. грн., далі йдуть папери «Центренерго» (CEEN) – 16 887 млн. грн. Частка вка-

заних цінних паперів в обороті становила 40,58%, 5,85% і 5,29% відповідно. за підсумками IV кварталу 2015 р. серед лідерів зростання появилися акції «Хмельницькгаз», які виросли на 74,49% і досягли ціни 490,76 грн. за акцію. Акції «Закарпаттяобленерго» виросли на 53,33%, до 2,3 грн., та «Дніпровський металургійний комбінат імені Ф.Е. Дзержинського» – на 29,81%, до 0,135 грн. за акцію [8].

Таблиця 1  
Лідери обороту за період 23.05.2016 – 27.05.2016

Код	Найменування	Обсяг, грн.	Доля в обороті, %
CEEN	«Центрэнерго»	1 563 772	50,13%
MSICH	«Мотор Січ»	539 992	17,31%
UNAF	«Укрнафт»	482 242	15,46%
FARM	«Фармак»	290 000	9,30%
BAVL	«Райффайзен Банк Аваль»	243 682	7,81%

Для створення інвестиційного портфеля візьмемо акції підприємств «Укрнафта», «Центрэнерго» та «Фармак». Ціни акції цих підприємств за період з 10.04.16 по 4.05.16 наведено на рис. 1.

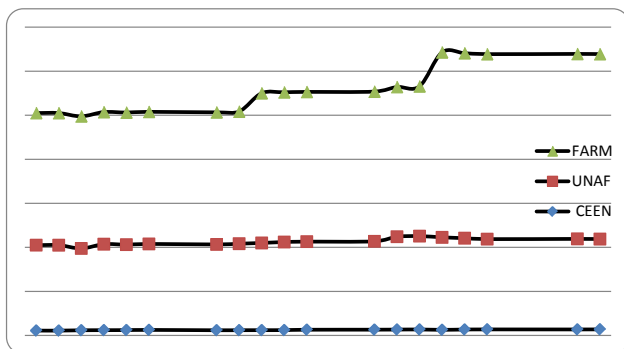


Рис. 1. Ціни акції підприємств «Укрнафта», «Центрэнерго» та «Фармак» за період з 10.04.16 по 4.05.16

Припустимо, що відома сума інвестицій  $F$ . Максимальна кількість акцій кожного підприємства – відповідно  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ . Початкова вартість кожної акції –  $\alpha_i$ , а також прогнозована вартість акцій –  $\lambda_i$ . Кількість акцій кожної компанії  $x_i$ , що необхідно придбати для отримання максимального доходу. Тоді модель Марковіца можна записати так:

очікуваний дохід

$$\bar{z} = \sum_{i=1}^n (\gamma_i - \alpha_i) x_i \rightarrow \max, \quad \sum_{i=0}^n \alpha_i x_i \leq F, \quad (1)$$

$$0 \leq x_1 \leq V_1; 0 \leq V_2 \leq 0 \leq x_3 \leq V_3$$

дисперсія чистого доходу

$$\sigma^2(z) = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2, \quad (2)$$

Таким чином отримали двокритеріальну задачу:

$$\left. \begin{aligned} \bar{z} &= \sum_{i=1}^n (\gamma_i - \alpha_i) x_i \rightarrow \max, \\ \sigma^2(z) &= \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 \rightarrow \min, \\ \sum_{i=0}^n \alpha_i x_i &\leq F \\ 0 \leq x_1 &\leq V_1; 0 \leq x_2 \leq V_2; 0 \leq x_3 \leq V_3 \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

Розв'язок цієї задачі. Припустимо, сума інвестицій  $F = 10000000$  грн. Оптимальний портфель складається з акцій «Укрнафти», «Центрэнерго».

Таблиця 2  
Прогнозоване значення курсів акцій

	CEEN	UNAF	FARM
Поточний курс	6,93	102,5	210
Прогнозований курс	7,23	103,19	210,2

Запишемо економіко-математичну модель цієї задачі. Критерієм оптимальності візьмемо максимізацію чистого доходу. Функцію доходу позначимо:

$$f(x_1, x_2) = 6,93 x_1 + 102,5 x_2. \quad (4)$$

Функцію дисперсії:

$$u(x_1, x_2) = 0,3^2 x_1^2 + 0,69^2 x_2^2. \quad (5)$$

Запишемо функцію Лагранжа:

$$L(x_1, x_2, \lambda) = f(x_1, x_2) - \lambda(u(x_1, x_2)). \quad (6)$$

Візьмемо частинні похідні і прирівняємо їх до нуля:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x_1} = -0,0162\lambda x_1 + 6,93 = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = -0,95\lambda x_2 + 102,5 = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = -0,0081x_1^2 - 0,48x_2^2 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

За умови  $6,93x_1 + 102,5x_2 \leq 10000000$

$$x_1 = 1423447 \quad x_2 = 1322.$$

Таблиця 3  
Оптимальний портфель, який складається з двох видів акцій

	CEEN	UNAF
Початкова вартість акції	6,93	102,5
Очікувана вартість акції	7,23	103,19
Кількість акцій, виставлених на продаж	1563772	482242
Кількість акцій, які слід придбати	1423447	1322
Очікуваний прибуток	427034,1	912,18

Очікуваний прибуток – 42 7946,3 грн., або 1,5%.

Нехай сума інвестицій залишається Оптимальний портфель складається з акцій «Укрнафти», «Центрэнерго» та «Фармаку». Аналогічні розрахунки дають такі результати (табл. 4).

Таблиця 4  
Оптимальний портфель, який складається з трьох видів акцій

	CEEN	UNAF	FARM
Початкова вартість акції	6,93	102,5	210
Очікувана вартість акції	7,23	103,19	210,2
Кількість акцій, виставлених на продаж	1563772	482242	290000
Кількість акцій, які слід придбати	599303	21940	17133
Очікуваний прибуток	179790,9	15138,6	3426,6

Очікуваний прибуток – 198 356,1 грн., або 1,9%.

Порівняємо прогнозовані результати с реальними для оптимального портфеля, який складається з трьох видів акцій.

Як видно з табл. 5, прогноз на ціни акцій виправданий тільки в першому випадку, тобто на акції «Центрэнерго»: загальний прибуток – 15 240,9 грн., або 0,15%. Варто провести аналогічні розрахунки за більший проміжок часу, щоб більш реально оцінити прибутки.

Аналогічні розрахунки були проведені, використовуючи методи Шарпа та Квазі-Шарпа. У цій моделі

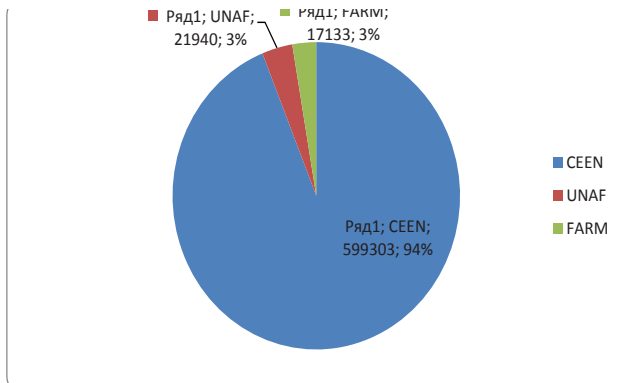


Рис. 2. Оптимальний портфель, що складається з акцій «Укрнафти», «Центрэнерго» та «Фармаку» (метод Шарпа)

Таблиця 5

Прибуток оптимального портфеля, який складається з трьох видів акцій, на 14 червня 2016 р.

	CEEN	UNAF	FARM
Початкова вартість акції	6,93	102,5	210
Реальна вартість акції на 14.06.2016	7,23	95	210
Кількість акцій	599303	21940	17133
Загальний прибуток	179790,9	-164550	0

необхідно прогнозувати доходність фондового ринку та безризикову ставку доходності. У результаті розрахунків отримали такий варіант ефективного інвестиційного портфеля цінних паперів українського фондового ринку (рис. 2).

**Висновки.** На сучасному етапі розвитку фондового ринку України за оптимізації фондового портфеля можна користуватися моделями Марковіца, Шарпа та Квазі-Шарпа.

Модель Марковіца раціонально використовувати за стабільного стану фондового ринку, коли бажано

сформувати портфель із цінних паперів різного характеру, що належать різним галузям.

Модель Шарпа застосовується переважно під час розгляду великої кількості цінних паперів, що описують велику частину фондового ринку. Основний недолік моделі – необхідність прогнозувати доходність фондового ринку та безризикову ставку доходності.

Модель Квазі-Шарпа раціонально застосовувати під час розгляду порівняно невеликої кількості цінних паперів, що належать до однієї чи кількох галузей. За допомогою цієї моделі добре підтримувати оптимальну структуру вже існуючого портфеля. Основний недолік моделі – не враховуються глобальні тенденції.

Наукова новизна статті полягає в розробці методики формування оптимального портфеля фінансових інвестицій на фондовому ринку України. Розроблена методика формування інвестиційного портфеля враховує обмеження на кількість акцій та інвестиційні ресурси. На прикладах визначено варіанти ефективного інвестиційного портфеля цінних паперів українського фондового ринку.

Використовуючи результати дослідження, можна сформувати оптимальний портфель фінансових інвестицій на фондовому ринку України.

**БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:**

- Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике: [учеб. пособ.] / Б.А. Лагоша, Т.Г. Апалькова. – М. : Финансы и статистика, 2008. – 224 с.
- Бернштейн Л.А. Анализ финансовой отчетности: теория практика и интерпритация / Л.А. Бернштейн ; пер. с англ. ; гл. ред. проф. Я.В. Соколов. – М. : Финансы и статистика 1996. – 624 с.
- Бланк И.А. Управление инвестициями предприятия / И.А. Бланк. – К. : Ника- Центр, Ельга, 2003. – 480 с.
- Миллер М., Модильяни Ф. Стоимость капитала, финансы корпорации и теория инвестиций / М. Миллер, Ф. Модильяни.
- Шеремета Й.М. Аналіз структури власного капіталу під приємства і його вплив на прийняття фінансових рішень / Й.М. Шеремета // Наукові записки : збірник наукових праць кафедри економічного аналізу ТАНГ. – Тернопіль : Економічна думка, 2003. – Вип. 12. – Ч. 2. – С. 108–111.
- Українська біржа [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.ux.ua/>.